Robertum confictа, sub Goffridi Vindocinensis nomine a *Roscelino* hæretico compositam statuerunt, quorum rationes Alexander noster discutit, & nullius esse ponderis demonstrat, prædictum Johannem a Manu Firma graviter reprehendens, quod *Jacobum Sirmondum*, qui eam epistolam una cum reliquis Goffridi Vindocinensis operibus fideliter edidit, impietatis & imprudentiæ postulare minime dubitaverit. Alteram vero epistolam, quæ sub *Marbodi Redonensis* nomine ad Robertum de Arbrisello scripta circumfertur, cum reliquis ejus operibus excusam, mendaciis & calumniis scatere judicat, nec graves conjecturas deesse statuit, quæ autorem illius epistolæ dubium faciant.

Sextæ dissertationis, quæ secundum hoc undecimi & duodecimi seculi volumen claudit, argumentum est *concilium Lateranense II*, ab Innocentio II convocatum, cujus historiam Autor ad tria capita revocat, quorum primo schisma *Petri Leonis* recensetur, secundo *Petrobusiani* & *Arnaldistæ* denuo damnati perhibentur, tertio canones ad instaurandam disciplinam ecclesiasticam conditi referuntur, nonnulli etiam ut decimus de decimis, undecimus & duodecimus de treuga & pace, decimus tertius de usuris, & decimus sextus de beneficiis hæreditariis, collatis Patrum dictis & aliorum conciliorum decretis illustrantur.

DEMONSTRATIONES NOVÆ DE RESISTENTIA Solidorum, autore G. G. L.

SCientia Mechanica duas videtur habere partes, unam de potentia agendi seu movendi, alteram de potentia patiendi seu resistendi, sive de corporum firmitate. Harum posterior a paucis admodum tractata est. Archimedes, qui prope solus veterum Geometram in Mechanicis egit, hanc partem non attigit. Inde ab Archimede nihil fere actum est in Geometria Mechanica usque ad Galilæum, qui exacto judicio magnaque interioris Geometriæ notitia instructus, pomœria scientiæ protulit primus, idemque Solidorum resistentiam ad Geometriæ leges revocare cœpit. Et quanquam neque hic, neque circa motum projectorum rem acu tetigerit, usus hypothesibus non satis certis, ex fundamentis tamen positis recte ratiocinatus est. Sic ergo ille sentit de resistentia trabium, quæ muris vel parietibus insigun- **TAB. IX.**

tur. *In figuris 1 & 2* Trabs ABC normaliter infixa sit muro vel sustentaculo DE. Sit AC æqualis ipsi AB, & in *fig. 1.* sit in C appensum pondus F, quod trabem horizontalem præcise avellere possit a muro erecto; & in fig. 2. pondus G, quod trabem verticaliter avellere præcise possit a sustentaculo horizontali (quorum prius vocabo, *transverse abrumpere,* posterius *directe evellere*) erit secundum Galilæum pondus F dimidium ponderis G, posito solidum esse perfecte rigidum seu nullius flexionis capax, & pondus ipsius trabis negligi, vel in pondus appensum jam computari. Nam quia AB & AC æquales, ideo pondus F *in fig. 1.* eandem inveniet resistentiam in puncto B, ac si perpendiculariter traheret, ut in *fig. 2.* Resistentia ergo puncti B in utraque figura repræsentetur per BK, itaque resistentia puncti H *in fig. 2.* repræsentabitur per HL, æqualem ipsi BK; quia in *fig. 2.* omnium punctorum resistentia eadem. At resistentia ejusdem puncti H in *fig. 1.* repræsentabitur per HM ordinatim applicatam trianguli ABK, quia est ad resistentiam ipsius B, ut AH ad AB, ex natura vectis. Idemque, quod in puncto H fecimus, faciendo in puncto alio inter A & B quocunque, complebitur pro repræsentanda resistentia *in fig. 2.* quadratum BC, & pro resistentia *in fig. 1.* triangulum ABK, illius quadrati dimidium. Itaque pondus F si ponatur huic resistentiæ in fig. 1. præcise par, ita ut quantulocunque pondere adjecto eam vincat, etiam ponderis G (illi resistentiæ in fig. 2. præcise paris) dimidium erit. Seu potentia abrumpendi transverse erit dimidia *(ostendemus mox revera non esse dimidiam, sed tertiam partem)* potentiæ evellendi directe. Unde jam multæ conclusiones practicæ deduci possunt.

Has autem aliasque id genus Galilæi sententias Paulus Wurzius, summis militiæ honoribus rebusque gestis non ita pridem clarus, idemque horum studiorum valde intelligens, experimentis compluribus sumtis examinare olim aggressus est, successu quibusdam conclusionibus parum respondente: quemadmodum habeo a CL. Blondello in his aliisque studiis eximio, Serenissimi Delphini nuper in Mathematicis Magistro, & Academiæ Architectonicæ directore, qui idem argumentum excoluit, & Wurzio familiaris fuit; sed & Cl. Mariottus ex Academia Regia, de rebus opticis & mechanicis præclare meritus, experimentis factis comperit, pondus F multo minus, quam voluit Galilæus, ad abrumpendam trabem sufficere. Cujus causa nulla alia esse

potest,

poteſt, quam quod is trabem conſideravit ut perfecte rigidam, quæ uno momento tota abrumpatur, ubi reſiſtentia ejus ſuperata eſt, cum tamen omnia corpora, quæ nobis tractare datum eſt, nonnihil cedant, antequam divelli poſſint. Unde Cl. Mariottus hoc obſervans ingenioſo calculo collegit, pondus F eſſe circiter quartam partem ponderis G. ſed cum inde data mihi eſſet occaſio rem conſiderandi profundius, & ad leges Geometrarum exigendi, veras tandem proportiones erui, demonſtravique inter alia pondus F fore tertiam partem ponderis G & proinde firmitatem corporum rupturæ reſiſtentium in ſesquialtera proportione minorem eſſe, quam voluit Galilæus.

Quod ut intelligatur, ante omnia ſciendum eſt, corpora duo cohærentia non ſtatim uno momento a ſe invicem tota divelli; quod judicari poteſt exemplo baculi qui flectitur antequam frangatur, & exemplo chordæ quæ extenditur, antequam rumpatur; & ipſa flexio baculi eſt quædam extenſio in convexa ejus ſuperficie. Nihilque tam rigidum eſſe, quin levi etiam impulſu flectatur nonnihil, ex natura ſoni ſequitur, qui tremor eſt quidam, ſive flexio reciprocata partium corporis ſonantis, licet eo promtior atque inſenſibilior ſit reſtitutio acutiorque ſonus, quo partes tremulæ ſunt breviores & magis tenſæ, corpusque durius conſtituunt. Vitrum ipſum flexile eſſe probant filamenta ejus longa & tenuia; quomodo vitrum ſatis craſſum frigore contrahatur, experimenta Florentina oſtendunt. Partes quidem plantarum & animalium quodammodo textiles eſſe, & ex filamentis varie implicatis conſtare, ſenſu ipſo docemur. Mineralia quoque & metalla cum fluida eſſent, poſtea congelata ſunt, & eadem nunc quoque habere tenacitatem & in fila duci, malleoque extendi, atque in fuſione adhæreſcere patet. Conſideremus ergo velut fibras quasdam quæ partes corporum connectant, & intelligamus trabem BC parieti vel ſuſtentaculo DE plurimis fibrarum plexibus alligari in punctis A, H, B, & aliis intermediis innumeris. Appenſo jam pondere F, movebitur nonnihil trabs circa fulcrum A, in *fig. 3*, & punctum trabis B a pariete diſcedens a puncto parietis 1B, veniet ad punctum a pariete diſtans 2B, ſecumque trahens fibram qua parieti annectitur, eam tendet inſtar chordæ, ſive ultra naturalem ſuum ſtatum extendet in lineam 1B 2B: eodemque modo punctum H fibram ſuam tendet in 1 H 2 H, quæ lineæ licet revera ſint inſenſibiles, tamen docendi cauſa viſibiliter exhi-

 bentur,

bentur, & quidem fibris 1 H 2 H minus resistet trahenti, quam fibra 1 B 2 B, idque in duplicata ratione distantiæ ab A, seu ex duplici capite a distantia sumto. Nam *primo* pondus in C quo opus esset ad tendendam fibram 1 H 2 H tantundem, quantum fibram 1 B 2 B, foret minus pondere requisito ad tendendam fibram 1 B 2 B, in ratione AH ad AB; verbi gratia si AH sit tertia pars ipsius AB, tunc & pondus in C, quod solam fibram 1 H 2 H ita extendere potest, ut fiat æqualis ipsi 1 B 2 B, erit tertia pars ponderis tendentis solam fibram 1 B 2 B. Verum nunc *secundo* cum ambæ simul tenduntur a pondere appenso in C, utique fibra 1 H 2 H non est tantum tensa quantum fibra 1 B 2 B, sed multo minus, idque rursus in ratione AH ad AB. nam si AH sit tertia pars ipsius AB, erit 1 H 2 H tertia pars ipsius 1 B 2 B. Itaque (ex hypothesi alibi confirmata, quod extensiones sint viribus tendentibus proportionales) ad eam ita tendendam tertia tantum ponderis parte opus erit, qua ad eam, tantundem quantum 1 B 2 B, tendendam opus fuisset; id est tertia parte tertiæ partis ponderis ipsam 1 B 2 B tendentis seu parte ejus nona. Itaque generaliter in hac simultanea tensione omnium fibrarum ad quævis puncta existentium, resistentiæ in quolibet puncto erunt in duplicata ratione distantiarum a fulcro imo, seu centro vel axe librationis, sumtarum; id est resistentia in H erit ad resistentiam in B, ut quadratum ipsius AH ad quadratum ipsius AB. itaque si jam pondus F in *fig. 3.* sit corpus parabolicum NRSQN, libere suspensum ex C, in quo altitudo NR sit æqualis basi RS (uti AB æqualis est ipsi AC) & sint ordinatim applicatæ quadratis altitudinum proportionales, seu PQ ad RS, ut quadratum NP ad quadratum NR: tunc posito basin RS repræsentare resistentiam in B, ordinata PQ repræsentabit resistentiam in H; si scilicet altitudines NP, NR, sint altitudinibus respondentibus AH, AB, proportionales; totum vero trilineum parabolicum concavum NRSQN repræsentabit resistentiam totius lineæ AB; si scilicet trabs ABC transversim seu per modum vectis a pondere appenso F deprimatur. At quadratum RNTS huic trilineo parabolico circumscriptum, repræsentaret resistentiam ejusdem lineæ AB directam, si scilicet trabs directe ex pariete esset evellenda. ut in *fig. 2.* Nam quia AB & AC æquales, resistentia puncti B transversa eadem erit quæ directa, nempe repræsentata per RS in *fig. 3*: jam si directe evellatur trabs (ut in fig. 2) resistentia omnium punctorum eadem est, ergo resistentia

directa

directa puncti H erit PV, æqualis ipsi RS: & ita procedendo in reliquis complebitur quadratum RT, quod cum sit triplum trilinei parabolici concavi inscripti, nempe NRSQN, ideoque erit & rectæ alicujus lineæ (ut AB) resistentia directa resistentiæ transversæ tripla. Quod demonstrandum erat.

Hinc porro quantacunque sit longitudo trabis, aut ponderis appensi distantia a pariete (quam hactenus sumsimus altitudini trabis æqualem,) facile determinari poterit pondus ad abrumpendam trabem sufficiens: ut si pondus G trabem directe evellere possit in *fig. 4*, erit quidem pondus F tertia pars ipsius G (modo sit AC æqualis AB;) si vero pondus I appendatur ex K, sitque AK quadrupla ipsius AB vel AC, erit pondus I quarta pars ipsius F, & duodecima ipsius G. Generaliter ergo pondus trabem parallelepipedam directe evellens, erit ad pondus abrumpens transverse seu per modum vectis, ut longitudo vectis est ad tertiam partem crassitiei trabis. Consideravimus autem hactenus ipsam trabem ut pondere carentem, quod si pondus ipsius trabis in rationes venire debeat, perinde erit ac si pondus I trabi æquale suspensum esset ex K, centro gravitatis ipsius trabis. Fieri etiam poterit, ut trabs pondere suo frangatur in loco aliquo, ut G in *figura 5*, inter parietem AB & extremitatem trabis C, quando scilicet gravitatio portionis FGCF, libratæ ex puncto quietis G, majorem habet rationem ad resistentiam in FG, quam gravitatio totius trabis BAC ex puncto quietis AD, ad resistentiam in AB. Quæritur autem, qualis esse debeat linea BFC, ut resistentiæ sint gravitationibus respondentibus proportionales, & trabs ubique æqualiter resistat: hanc ergo invenietur esse Parabolicam. Est enim resistentia in FG ad resistentiam in BA ut trilineum parabolicum concavum FGHF ad aliud BAEB, si basis trilinei sit altitudini ejusdem æqualis, (ut patet ex præcedentibus:) seu ut quadratum FG ad quadratum BA (quia trilineum tale est tertia pars quadrati circumscripti.) Sed momentum seu gravitatio portionis FGCF cujuscunque ex G libratæ, est ad momentum totius trabis BACB ex A libratæ, etiam ut quadratum FG ad quadratum BA, quemadmodum ex natura parabolæ facile demonstratur (nam portiones CGFC & CABC sunt ut cubi a CG, CA. Porro G3 & A2 sunto quartæ partes ipsarum, CG & CA, eruntque distantiæ centrorum gravitatis portionum CGFC & CABC a punctis quietis seu centris librationis

 G & A,

G & A, & momenta dictarum portionum sunt ut facta ex portionibus in distantias, seu in composita ratione portionum sive cuborum a CG & CA, & distantiarum, quæ sunt ut ipsæ CG & CA: ergo in ratione quadrato-quadratorum a CG, CA, id est in ratione quadratorum ab FG & BA). Ergo resistentiæ sunt momentis seu viribus proportionales, seu ubique eadem momenti cujusque ad suam resistentiam proportio, atque adeo æquabilis erit firmitas, qua trabs ponderi proprio ubique resistit: & proinde in quantamcunque longitudinem procurrat trabs ita figurata, si prope murum pondere suo non frangatur, nec alibi frangetur. Præterea cum trabs Prismatica parabolica CABC sit tertia tantum pars plenæ CDBA, hinc tertia ponderis parte detracta & distantia centri gravitatis ab AG ad ejus dimidiam A2 retracta, trabs parabolica sextuplo plena firmior erit. Sed si neglecto pondere trabis intelligatur vis aquæ aut venti, aut alia quædam æqualiter distributa per totam trabis longitudinem, ut si *in fig. 6.* tignum ABD ex muro procurrens, onus terræ ingestæ vel frumenti alteriusve materiæ ferre debeat, poterit esse triangulare, lineaque AD recta, & tignum ubique æqualiter resistet ponderi imposito, ut si in muro non frangatur, nec alibi frangi possit: nam ex notis mechanicæ legibus, momentum ponderis incumbentis ipsi GD, est ad momentum ponderis incumbentis ipsi BD, ut quadratum GD ad quadratum BD, seu ut quadratum GF ad quadratum BA; id est ut resistentia in GF ad resistentiam in BA: quod si partim pondus impositum, partim figura trabis consideretur, nihilominus figuram æqualiter resistentem dare possum.

Hactenus autem consideravimus tantum trabem, cujus superficies, qua muro vel sustentaculo adhæret, ubique æque alta est, unde suffecit assumere rectam BA, sed quia superficies communis trabi & parieti, varia esse potest, demus regulam generalem pro resistentia ejus Geometrice determinanda, cujus speciales casus si cui pertractare vacabit, is multa perelegantia theoremata deprehendet. In genere autem, sit trabs ABHC, *fig. 7,* cujus sectio ad sustentaculum DE sit planum ABH figuræ cujuscunque. Demittatur illud in horizontem, seu in plano horizontis describatur aliud ei æquale, simile, & similiter positum AGH. Ex puncto G ab AH horizontalium infima maxime remoto (quod respondet puncto B) ducatur ad AH perpendicularis GF (ipsi BF æqualis) & fiat corpus cylindricum, cujus basis aut sectio quæ-

quæcunque parallela horizonti sit similis & æqualis ipsi AGH, altitudo autem perpendicularis sit GI, æqualis FG vel BF; quod corpus liceat appellare cylindrum. Per I ducatur tangens indefinita KIL parallela ipsi AH. Tandem planum transeat per AH & KL, quod ad horizontem faciet angulum semirectum & corpus cylindricum secabit in duas partes, quarum illa in quam cadit GI, quæ in figura est supra planum secans, a Geometris dicitur *Ungula*. Dico hanc Ungulam a cylindro resectam facientem officium vectis, cujus fulcrum sit in AH, æquare vel repræsentare resistentiam trabis ABHC transversim in AHB rumpendæ, si pondus ipsius cylindri ad eandem directe ex muro evellendam sufficit. Sed ne opus sit ungulam considerari ad modum vectis, & ut pondus resistentiam repræsentans absolute habeamus, suspendatur ungula ex puncto M, seu ex FM distantia centri gravitatis ungulæ a pariete; & ita exacte resistentiam transversalem æquabit, si cylinder totus æquat directam. Itaque cum quæretur an, & ubi solidum aliquod frangi debeat, Geometræ non erit difficilis æstimatio; id enim aut non aut ibi potissimum fiet, ubi momentum ungulæ, seu factum ex ungula ducta in distantiam sui centri gravitatis, a plano verticali in quo est axis liberationis omnium minimam habebit rationem ad potentiam ibi abrumpere tentantem: ut proinde his paucis consideratis tota hæc materia redacta sit ad puram Geometriam, quod in physicis & mechanicis unice desideratur.

Additio: si quis conveides aliquod quærat, æqualis resistentiæ huic satisfaciet Tuba parabolica. Sit in *fig. 8*, parabolica linea AEC cujus vertex A, tangens verticis AB, circa quam tanquam axem, rotetur linea parabolica, & fiet Tuba AECGDFA. Sumta jam adhuc alia Tubæ portione AEHFA, cum resistentiæ basium seu circulorum CGD, EHF sint ut Cubi diametrorum CD, EF; reperietur, momenta ipsarum portionum AECGDFA & AEHFA ex natura parabolæ esse etiam ut cubos CD, EF.

DESCRIPTION CURIEUSE D'UNE FONtaine ardente & Medicinale en Pologne.

id est.

Corrigenda in Schediasmatibus *Leibnitianis*, quæ Actis Eruditorum Lipsiensibus sunt insertæ.

ANno 82. Februar. in Tabula ad pag. 42. figur. III. pro I majusculo intra quadratum ponatur 1. minusculum vel $\frac{1}{1}$. Pag. 44 lineis 3. 4. pro : *per numeros, licet irrationales, vulgares;* ponatur: *per numeros vulgares, sive rationales, sive irrationales.*

Anno 83. Octob. p. 429. linea 9. pro $\frac{1}{400}$ ponatur $\frac{3}{400}$ & linea 10 pro $\frac{1}{400}$ ponatur, $\frac{12}{400}$ & linea 11 pro $\frac{3}{400}$ ponatur $\frac{1}{400}$.

Anno 84, mense Julio, p. 322, lin. 1. pro *fibris*, ponatur *fibra*, & *p. 325.* lin. 19. pro *libirationis*, ponatur *librationis*. lin. 22. pro *conveides*, ponatur *conoeides*. Annotandum est autem illic, licet dubitaretur de hypothesi, quod tensiones sint viribus tendentibus proportionales, manere tamen verum quod diximus fig. 5. resistentiam in FG esse ad resistentiam in BA, ut quadratum FG ad quadratum BA; quia quæcunque sint figuræ BAEB, & FGHF (quæ ex dicta hypothesi trilineæ parabolicæ fiunt) quia tamen sunt similes, utique sunt ut quadrata circumscripta, seu ab AB, FG. Unde etsi mutaretur hypothesis, nihil tamen esset mutandum in dictis, nisi circa comparationem potentiæ transverse abrumpentis, cum directe evellente.